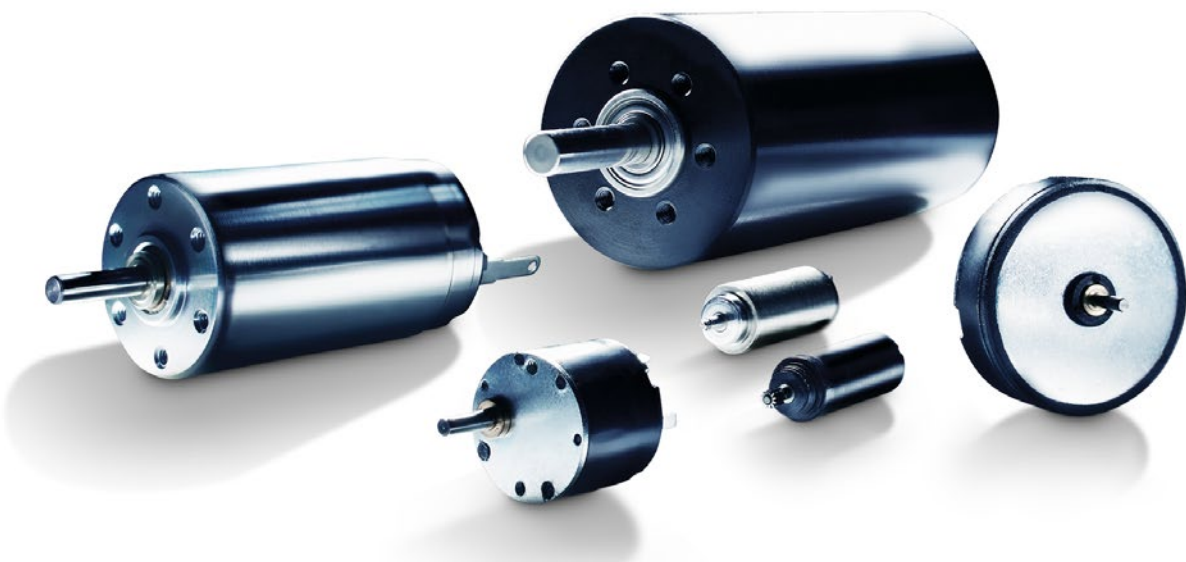


FAULHABER Tutorial

# Motorberechnungen für eisenlose DC-Bürstenmotoren



# Ein empirischer und theoretischer Ansatz

---

Bei Auswahl eines eisenlosen DC-Bürstenmotors für eine Anwendung oder bei Entwicklung eines angetriebenen Prototyps sind mehrere grundlegende motorphysikalische Prinzipien für die Auslegung eines sicheren, gut funktionierenden, und ausreichend dimensionierten Präzisionsantriebssystems zu berücksichtigen. In diesem Dokument haben wir einige wichtige Methoden, Formeln und Berechnungsdetails zusammengefasst, mit denen die Leistungsabgabe eines eisenlosen Motors, die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie des Motors und Strom- und Wirkungsgradkennlinien bestimmt werden können, sowie theoretische Berechnungen zur Abschätzung der Motorleistung eines kalten Motors.

Für weitere Unterstützung wenden Sie sich bitte an uns, um mit einem Applikationsingenieur zu sprechen.

## **Herausgeber / Editor:**

DR. FRITZ FAULHABER GMBH & CO. KG

Schönaich · Deutschland

Email: [info@faulhaber.de](mailto:info@faulhaber.de)

[www.faulhaber.com](http://www.faulhaber.com)

# 1. Berechnung der benötigten Antriebsleistung

Gleichstrommotoren sind Leistungswandler, denn sie wandeln elektrische Leistung ( $P_{in}$ ) in mechanische Leistung ( $P_{out}$ ) um. Der Quotient beider Terme entspricht dem Wirkungsgrad des Motors. Reibungs- und Kupferverluste zusammen ergeben den Leistungsverlust ( $P_{loss}$ ) in Joule/s (Eisenverluste sind bei eisenlosen DC-Motoren vernachlässigbar). Bei Erwärmung des Motors ergeben sich zusätzliche Verluste, auf die wir weiter unten eingehen werden:

$$P_{in} = P_{out} + P_{loss}$$

In der Physik ist die Leistung definiert als die in einem bestimmten Zeitraum eingesetzte Energie bezogen auf diesen Zeitraum. Die metrische Standardeinheit der Leistung ist das „Watt“ W.

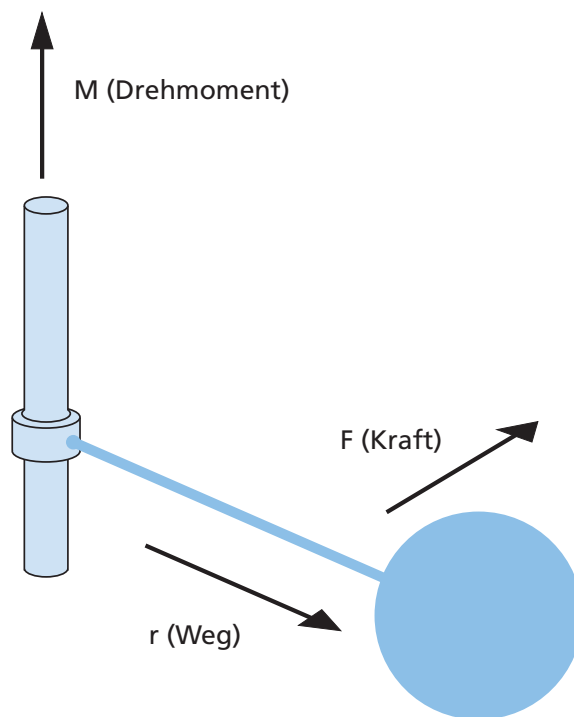
Wie wird die Leistung berechnet? Bei linearen Bewegungen ist die Leistung das Produkt aus Kraft und Weg pro Zeiteinheit  $P = F \cdot (d/t)$ . Da Geschwindigkeit der zurückgelegte Weg pro Zeiteinheit ist, ergibt sich  $P = F \cdot s$ . Bei Drehbewegungen gilt daher analog, dass die Leistung das Produkt aus Drehmoment und Drehwinkel pro Zeiteinheit ist – oder einfach das Produkt aus Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit.

$$P_{out} = M \cdot \omega_{rad}$$

Dabei gilt:

- $P$  = Leistung in W
- $M$  = Drehmoment in Nm
- $F$  = Kraft in N
- $d$  = Weg in m
- $t$  = Zeit in s
- $\omega_{rad}$  = Winkelgeschwindigkeit in rad/s

Als Symbol für das Drehmoment wird normalerweise der griechische Kleinbuchstabe „ $\tau$ “ (tau) oder manchmal auch nur der Buchstabe „ $T$ “ verwendet. Wenn es jedoch als Kraftmoment bezeichnet wird, wird es üblicherweise mit dem Buchstaben „ $M$ “ gekennzeichnet. In der europäischen Nomenklatur wird oft der Klein-



buchstabe „ $n$ “ verwendet, um die Geschwindigkeit entlang einer Achse darzustellen. Gewöhnlich wird „ $n$ “ in der Einheit Umdrehungen pro Minute oder U/min angegeben.

Bei der Berechnung der mechanischen Leistung ist es wichtig auf die Einheiten zu achten. Wenn „ $n$ “ (Geschwindigkeit) in  $\text{min}^{-1}$  angegeben ist, dann muss eine Umrechnung in die Einheit der Winkelgeschwindigkeit  $\text{rad/s}$  erfolgen. Dies erreicht man durch Multiplikation der Geschwindigkeit mit einem Umrechnungsfaktor von  $2\pi/60$ . Ist „ $M$ “ (Drehmoment) in der Einheit  $\text{mNm}$  angegeben, dann muss eine Multiplikation mit  $10^{-3}$  erfolgen (= Division durch 1000), um die Einheit  $\text{Nm}$  für weitere Berechnungen zu erhalten.

$$\omega_{rad} = n \cdot \left( \frac{2\pi}{60} \right)$$

$$P_{out} = M \cdot (10^{-3}) \cdot n \cdot \left( \frac{2\pi}{60} \right)$$

Dabei gilt:

- $n$  = Drehzahl in  $\text{min}^{-1}$
- $M$  = Drehmoment in  $\text{mNm}$

## 1. Berechnung der benötigten Antriebsleistung

---



FAULHABER  
DC-Kleinstmotor 2668 CR

Als Beispiel soll die Leistung ermittelt werden, die der Motor 2668W024CR im kalten Zustand liefern muss, um ein Lastmoment von 68 mNm mit einer Drehzahl von 7370 min<sup>-1</sup> anzutreiben. Das Produkt aus Drehmoment, Drehzahl und dem entsprechenden Umrechnungsfaktor ist unten dargestellt.

$$P_{mech} = M \cdot n \cdot \left( \frac{2\pi}{60.000} \right)$$

$$P_{mech} = 68 \text{ mNm} \cdot 7370 \text{ rpm} \cdot \left( \frac{2\pi}{60.000} \right) = 52 \text{ W}$$

Die Berechnung der benötigten Antriebsleistung ist oft der erste Schritt bei der Auswahl von Motoren oder Getriebemotoren. Ist die benötigte mechanische Ausgangsleistung für eine vorgegebene Anwendung bekannt, können die Leistungsdaten für Maximal- und Dauerleistung verschiedener Motoren verglichen werden, um festzustellen, welche Motoren für den Einsatz in der Anwendung infrage kommen.

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

---

Am Beispiel des eisenlosen Gleichstrommotors 2668W024CR stellen wir im Folgenden eine Methode zur Bestimmung der Motorparameter vor. Zuerst erläutern wir einen eher empirischen Ansatz, dann führen wir eine theoretische Berechnung durch.

Zur grafischen Darstellung von Motorkennlinien verwendet man häufig Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien. Obwohl Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien in der Fachliteratur üblicherweise für größere Gleichstrommaschinen verwendet werden, kann man sie auch bei kleinen, eisenlosen Motoren anwenden. In Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien

werden Motordrehzahl, Motorstrom, mechanische Ausgangsleistung und Wirkungsgrad als Funktionen des Motordrehmoments dargestellt. Im Folgenden beschreiben wir, wie man aus einer Reihe von Rohdatenmessungen zu einem Satz von Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien für einen typischen Gleichstrommotor gelangt.

Der 2668W024CR hat eine Nennspannung von 24 V. Mit ein paar Basis-Laborgeräten können Sie an einem eisenlosen Gleichstrommotor der Serie 2668 CR die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinien an einem bestimmten Betriebspunkt messen.

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

### Schritt 1: Basis-Parameter messen

Viele Parameter können direkt über einen Motion Controller, wie z.B. einen MC3 Motion Controller von FAULHABER, ermittelt werden. Die meisten Controller-Hersteller bieten Software an, wie z.B. den FAULHABER Motion Manager, der mit einer Trace-Funktion Spannung, Strom, Position, Geschwindigkeit usw. aufzeichnet. Sie können auch exakte Momentaufnahmen des Motorbetriebs bis ins kleinste Detail liefern. Die Motion-Controller der MC3-Familie (MC 5004, MC 5005 und MC 5010) können z.B. alle eine Vielzahl von Bewegungsparametern messen. Zur Erfassung der Daten für eine Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie ist das wahrscheinlich der schnellste Weg, aber nicht der einzige.

Steht kein Controller mit Trace-Funktion zur Verfügung, kann man auch mit Basis-Laborgeräten die Kenndaten eines Motors beim Blockieren, im Leerlauf und bei Nennlast ermitteln. Betreiben Sie den 2668W024CR ohne Last mit einem auf 24 V eingestellten Labornetzteil und messen Sie die Drehzahl kontaktlos (z.B. mit einem Stroboskop). Messen Sie ebenfalls den Motorstrom im Leerlauf. Eine Strommesszange ist für diese Messung ideal, da damit kein zusätzlicher Reihenwiderstand zum Motor im Betrieb hinzugeschaltet werden muss. Mit einer kleinen Pulverbremse oder einer Hysterese-Leistungsbremse, kann eine einstellbare Last an die Motorwelle gekoppelt werden.

Erhöhen Sie nun das Motordrehmoment so weit bis der Motor stehen bleibt. Messen Sie im Stillstand das Drehmoment der Bremse und den Motorstrom. Um die Berechnung zu vereinfachen, gehen wir davon aus, dass die Bremsenankopplung keine zusätzliche Last für den Motor darstellt und dass die Belastung durch die Bremse keine unbekanntenen Reibungsanteile enthält. Es ist jetzt auch sinnvoll, den Anschlusswiderstand des Motors zu messen. Schließen Sie ein Ohmmeter an die Motorklemmen an, um den Widerstand zu messen. Drehen Sie die Motorwelle und nehmen Sie eine weitere Messung vor. Die Messwerte sollten sehr nahe beieinander liegen. Drehen Sie die Welle weiter und nehmen Sie mindestens drei Messungen vor. Dadurch stellen Sie sicher, dass Sie die Messungen nicht an einem Punkt mit minimalem Kontakt am Kommutator vorgenommen haben.

Bislang haben wir gemessen:

$n_0$  = Leerlaufdrehzahl

$I_0$  = Leerlaufstrom

$M_H$  = Anhaltmoment

$R$  = Anschlusswiderstand

### Schritt 2: Strom- und Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien erstellen

Sie können ein Diagramm vorbereiten, bei dem das Motordrehmoment auf der Abszisse (horizontale Achse), die Geschwindigkeit auf der linken Ordinate (vertikale Achse) und der Strom auf der rechten Ordinate dargestellt werden. Skalieren Sie die Achsen basierend auf den Messungen, die Sie in Schritt eins vorgenommen haben. Ziehen Sie eine gerade Linie vom linken Ursprung des Diagramms (Drehmoment und Strom = 0) zum Haltestrom auf der rechten Ordinate (Anhaltmoment und Haltestrom). Diese Linie stellt den Motorstrom in Abhängigkeit vom Motordrehmoment dar. Die Steigung dieser Linie ist die Stromkonstante  $k_I$ , die als Proportionalitätskonstante das Verhältnis zwischen Motorstrom und Motordrehmoment angibt (in der Einheit Strom pro Drehmoment oder A/mNm). Der Kehrwert dieser Steigung ist die Drehmomentkonstante  $k_M$  (in der Einheit Drehmoment pro Strom oder mNm/A).

$$k_I = \frac{1}{k_M}$$

Dabei gilt:

$k_I$  = Stromkonstante

$k_M$  = Drehmomentkonstante

Vereinfachend nehmen wir an, dass der Motor keine innere Reibung hat. In der Praxis bestimmt man das Reibungsmoment des Motors  $M_R$  durch Multiplikation der Drehmomentkonstante  $k_M$  des Motors mit dem gemessenen Leerlaufstrom  $I_0$ . Unter Berücksichtigung des Reibungsmoments beginnen die Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie und die Drehmoment-Strom-Kennlinie dann nicht an der linken vertikalen Achse, sondern mit einem Versatz auf der horizontalen Achse, der dem berechneten Reibungsmoment entspricht.

$$M_R = k_M \cdot I_0$$

Dabei gilt:

$M_R$  = Reibungsmoment

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

### Schritt 3: Leistungs- und Wirkungsgrad-Drehmoment-Kennlinien erstellen

Meistens kann man einfach zwei zusätzliche vertikale Achsen hinzufügen, um Leistung und Wirkungsgrad als Funktionen des Drehmoments darzustellen. Eine zweite vertikale Achse wird normalerweise für den Wirkungsgrad und eine dritte vertikale Achse für die Leistung verwendet. Zur Vereinfachung stellen wir die Wirkungsgrad-Drehmoment- und Leistungs-Drehmoment-Kennlinien im gleichen Diagramm dar wie die Drehzahl-Drehmoment- und Strom-Drehmoment-Kennlinien (siehe Beispiel unten).

#### Kennlinien-Definitionen

- Blau = Drehzahl/Drehmoment ( $n / M$ )
- Rot = Strom/Drehmoment ( $I / M$ )
- Grün = Wirkungsgrad/Drehmoment ( $\eta / M$ )
- Braun = Leistung/Drehmoment ( $P / M$ )

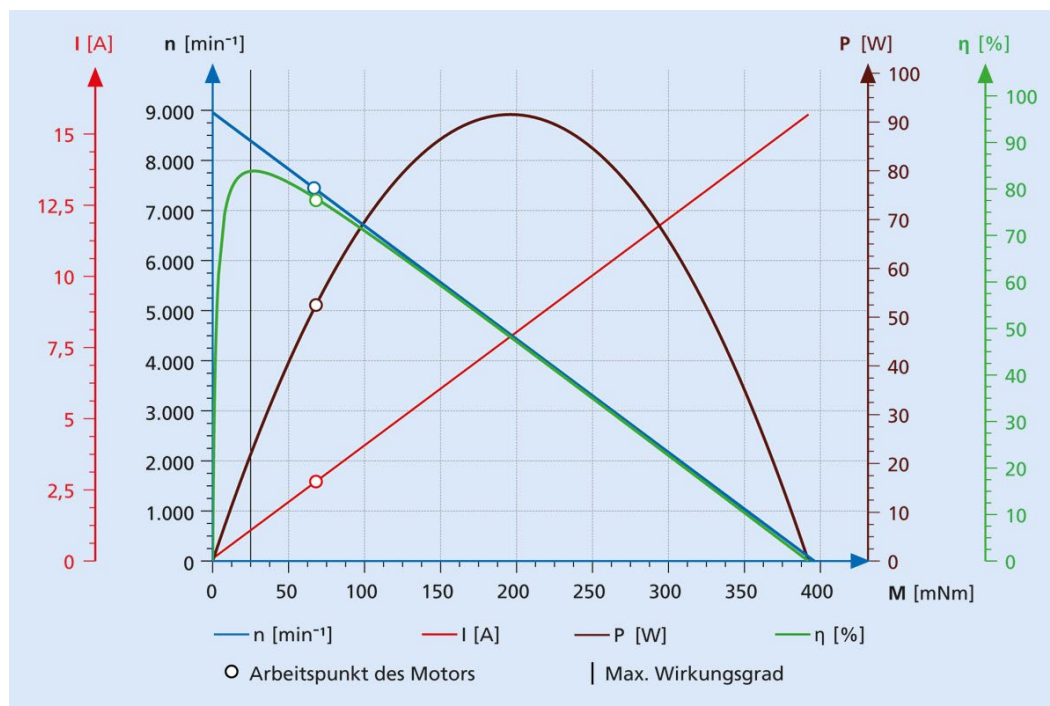
Erstellen Sie eine Tabelle, in der Sie die mechanische Motorleistung an verschiedenen Betriebspunkten eintragen – vom Leerlauf bis zum Anhaltmoment. Da die

mechanische Ausgangsleistung einfach das Produkt aus Drehmoment und Drehzahl mit einem Korrekturfaktor für die Einheiten ist (siehe Abschnitt über die Berechnung der benötigten Antriebsleistung), kann die Leistung unter Verwendung der zuvor eingezeichneten Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie berechnet werden.

Tabelle 1 zeigt eine Beispiel-Berechnungstabelle für den Motor 2668W024CR. Jeder berechnete Punkt für die Leistung wird dann grafisch dargestellt. Die resultierende Funktion ist eine parabolische Kurve, wie unten in Grafik 1 dargestellt. Die maximale mechanische Leistung ergibt sich bei etwa der Hälfte des Anhaltmoments. Die Drehzahl an diesem Punkt entspricht in etwa der halben Leerlaufdrehzahl.

Erstellen Sie eine Tabelle, in der Sie den Motorwirkungsgrad an verschiedenen Betriebspunkten eintragen – vom Leerlauf bis zum Anhaltmoment. Die an den Motor angelegte Spannung ist bekannt, und die Strom-Drehmoment-Kennlinie wurde eingezeichnet. Das Produkt aus Motorstrom und angelegter Spannung entspricht der Leistungsaufnahme des Motors. An jedem zu

#### Motorkennlinien



Hinweis: Beachten Sie, wie sich alle vier durchgezogenen Linien aufgrund des Wärmeanstiegs verändern. Das ist bedingt durch den erhöhten Widerstand in den Kupferwicklungen und damit verringertem Drehmoment. Wenn Sie Ihre Diagramme erstellen können Ihre Ergebnisse leicht abweichen, je nachdem, ob Ihr Motor kalt oder warm ist.

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

### Ergebnis der Berechnung

Laststrom	2,79	A
Spannung	24,11	V
Motorwicklungstemperatur	140,23	°C
Motorgehäusetemperatur	105,03	°C
Berechnete Motor Drehzahl	7.370	min <sup>-1</sup>
Benötigtes Lastmoment	68	mNm
Abgabeleistung	52,49	W
Wirkungsgrad (Gesamt)	77,97	%

### Gesamtabmessungen

Durchmesser	26	mm
Länge	68	mm
Gewicht	189	g

Hinweis: Aus Platzgründen wird nur eine Beispielberechnung für einen Punkt dargestellt.

berechnenden Punkt ist der Wirkungsgrad  $\eta$  des Motors gleich der abgegebenen mechanischen Leistung geteilt durch die aufgenommene elektrische Leistung. Auch hierfür findet man in der Beispieltabelle für den Motor 2668W024CR (Tabelle 1) entsprechende Werte und eine Beispielkurve in Grafik 1. Der maximale Wirkungsgrad ergibt sich bei etwa 10% des Motor-Anhaltemoments.

### Theoretische Berechnung von Motorparametern

Ein weiterer hilfreicher Parameter bei der Motorauslegung ist die Motorkonstante. Die richtige Nutzung dieser Kennzahl kann den iterativen Prozess bei der Auswahl eines Gleichstrommotors erheblich abkürzen. Sie beschreibt einfach gesagt das Vermögen eines Wandlers, elektrische Leistung in mechanische umzuwandeln.

$$k_m = \frac{M}{\sqrt{(P_{in} - P_{out})}}$$

Der maximale Wirkungsgrad ergibt sich bei etwa 10% des Motor-Anhaltemoments. Der Nenner beschreibt den widerstandsbedingten Leistungsverlust. Mit ein paar Umrechnungen kann man die Gleichung vereinfachen:

$$k_m = \frac{k_M}{\sqrt{R}}$$

Denken Sie daran,  $k_m$  (Motorkonstante) nicht mit  $k_M$  (Drehmomentkonstante) zu verwechseln. Bei der Motorkonstante ist das tiefgestellte Zeichen „ $m$ “ ein Kleinbuchstabe, während bei der Drehmomentkonstante „ $M$ “ ein Großbuchstabe verwendet wird.

Für einen bürstenbehafteten oder bürstenlosen Gleichstrommotor relativ geringer Größe kann man die Beziehungen, die das Verhalten des Motors unter verschiedenen Umständen bestimmen, aus den Gesetzen der Physik und den Eigenschaften der Motoren selbst ableiten. Das 2. Kirchhoffsche Gesetz besagt: „Alle Teilspannungen eines Umlaufs in einem elektrischen Netzwerk addieren sich zu null.“ Bei einem Gleichstrommotor, der mit einer Gleichspannungsquelle in Reihe geschaltet ist, kann das 2. Kirchhoffsche Gesetz wie folgt ausgedrückt werden: „Die Nennspannung des Netzteils muss der Summe der Spannungsabfälle über den Wicklungswiderstand und der vom Motor erzeugten Gegen-EMK entsprechen.“

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

$$U = I \cdot R + U_E$$

Dabei gilt:

$U$  = Versorgungsspannung in V

$I$  = Strom in A

$R$  = Anschlusswiderstand in  $\Omega$

$U_E$  = Gegen-EMK in V

Die vom Motor erzeugte Gegen-EMK ist direkt proportional zur Winkelgeschwindigkeit des Motors. Die Proportionalitätskonstante ist die Konstante für die Gegen-EMK des Motors.

$$U_E = k_E \cdot \omega$$

Dabei gilt:

$\omega$  = Winkelgeschwindigkeit des Motors

$k_E$  = Gegen-EMK-Konstante des Motors

Daraus kann man ableiten:

$$U = I \cdot R + k_E \cdot \omega$$

Normalerweise geben Motorhersteller die Gegen-EMK-Konstante des Motors in  $V/\text{min}^{-1}$  oder  $\text{mV}/\text{min}^{-1}$  an. Um einen sinnvollen Wert für die Gegen-EMK zu erhalten, muss man die Motorgeschwindigkeit in Einheiten angeben, die zur angegebenen Gegen-EMK-Konstante kompatibel sind.

**„Alle Teilspannungen eines Umlaufs in einem elektrischen Netzwerk addieren sich zu null.“**  
(2. Kirchhoffsches Gesetz)

Die Motorkonstante hängt von Spulenkonstruktion und Stärke und Richtung der Flusslinien im Luftspalt ab. Auch wenn man zeigen kann, dass die drei normalerweise angegebenen Motorkonstanten (Gegen-EMK-Konstante, Drehmomentkonstante und Drehzahlkonstante) bei Verwendung der korrekten Einheiten gleich sind, wird die Berechnung durch die Angabe der drei Konstanten in den allgemein akzeptierten Einheiten erleichtert.

Das vom Rotor erzeugte Drehmoment ist direkt proportional zum Strom in den Rotorwicklungen. Die Proportionalitätskonstante ist die Drehmomentkonstante des Motors.

$$M_m = I \cdot k_M$$

$$\frac{M_m}{k_M} = I$$

Dabei gilt:

$M_m$  = Vom Motor geliefertes Drehmoment

$k_M$  = Drehmomentkonstante des Motors

Ersetzt man den Strom durch dieses Verhältnis ergibt sich:

$$U = \left( \frac{M_m}{k_M} \right) \cdot R + k_E \cdot \omega$$

Das Drehmoment am Rotor ist die Summe aus Reibungsmoment des Motors und Lastmoment (durch äußere mechanische Belastung):

$$M_m = M_L + M_R$$

Dabei gilt:

$M_R$  = Reibungsmoment des Motors

$M_L$  = Lastmoment

Unter der Annahme, dass eine konstante Spannung an den Motorklemmen anliegt, ist die Motorgeschwindigkeit direkt proportional zur Summe aus Reibungsmoment und Lastmoment. Die Proportionalitätskonstante entspricht der Neigung der Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie. Bei geringer Neigung ist die Motorleistung besser. Je steiler die Kennlinie abfällt, desto schlechter ist die Motorleistung, die man von einem bestimmten eisenlosen Motor erwarten kann. Dieses Verhältnis kann man wie folgt berechnen:

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{n_o}{M_H}$$

Dabei gilt:

$\Delta n$  = Geschwindigkeitsänderung

$\Delta M$  = Drehmomentänderung

$M_H$  = Anhaltmoment

$n_o$  = Leerlaufdrehzahl

Die Auflösung nach der Geschwindigkeit  $n$  ist ein anderer Ansatz um diesen Wert zu erhalten:

$$n = \frac{U}{k_E} - \frac{M}{(k_m \cdot k_E)}$$

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

Mit Differentialrechnung leiten wir beide Seiten nach  $M$  ab:

$$\frac{d_n}{d_M} = \frac{R}{(k_m \cdot k_t)}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{R}{\left(k_M^2 \cdot \frac{2\pi}{60.000}\right)}$$

Obwohl hier kein negatives Vorzeichen steht, können wir von einer abnehmenden (negativen) Steigung ausgehen.

### Beispiel einer theoretischen Motorberechnung

Lassen Sie uns ein wenig in die theoretischen Berechnungen einsteigen. Der eisenlose Gleichstrommotor 2668W024CR soll mit 24 V an den Motorklemmen und einem Lastmoment von 68 mNm betrieben werden. Dazu muss die resultierende Motorkonstante, die Motordrehzahl, der Motorstrom, der Motorwirkungsgrad und die Ausgangsleistung ermittelt werden. Dem Motordatenblatt kann man entnehmen, dass die Leerlaufdrehzahl des Motors 7800 min<sup>-1</sup> bei 24 V beträgt. Ohne Last an der Motorwelle würde der Motor mit dieser Drehzahl laufen.

Einen ersten Eindruck von der Motorleistung gewinnen wir durch die Berechnung der Motorkonstante  $k_m$ . In diesem Fall ergibt sich eine Konstante von 28,48 mNm/A. Der elektrische Widerstand liegt nach Datenblatt des Motors bei 1,03 Ohm im kalten Zustand für die 24V-Variante.

$$k_m = \frac{k_M}{\sqrt{R}}$$

$$k_m = \frac{28,9}{\sqrt{1,03}} = 28,48 \text{ mNm/A}$$

Die Motordrehzahl unter Last ergibt sich aus der Leerlaufdrehzahl abzüglich der Drehzahlverminderung durch die Last. Die Proportionalitätskonstante für die Beziehung zwischen Motordrehzahl und Motordrehmoment ist die Steigung der Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie, die sich aus Leerlaufdrehzahl des Motors geteilt durch das Anhaltmoment ergibt. In diesem Beispiel berechnen wir die Drehzahlverminderung (unter Vernachlässigung von Temperatureffekten), die durch die Drehmomentbelastung von 68 mNm verursacht wird, durch Herausrechnen der mNm-Einheiten:

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{R}{\left(k_M^2 \cdot \frac{2\pi}{60.000}\right)}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta M} = \frac{1,03 \Omega}{28,9^2 \text{ mNm/A} \cdot \left(\frac{\pi}{30.000}\right)}$$

$$= 11,8 \text{ min}^{-1}/\text{mNm}$$

Jetzt machen wir noch folgende Substitution:

$$n_L = M \left(\frac{\Delta n}{\Delta M}\right)$$

$$n_L = 68 \text{ mNm} \cdot \left(\frac{11,8 \text{ min}^{-1}}{\text{mNm}}\right) = 802 \text{ min}^{-1}$$

Die Motordrehzahl unter Last wird dann ungefähr betragen:

$$n = 7800 \text{ min}^{-1} - 802 \text{ min}^{-1} = 6998 \text{ min}^{-1}$$

Der Motorstrom unter Last ist die Summe aus Leerlaufstrom und dem aus der Last resultierenden Strom.

Die Drehmomentkonstante ( $k_M$ ) stellt die Beziehung zwischen Strom und Drehmoment dar. Dieser Wert beträgt 28,9 mNm/A. Nimmt man den Kehrwert, so erhält man die Stromkonstante  $k_t$ , mit der man den Strom unter Last berechnen kann. In diesem Fall beträgt die Last 68 mNm, und der aus dieser Last resultierende Strom (unter Vernachlässigung von Temperatureffekten) beträgt ungefähr:

$$I_{Load} = M \cdot k_t$$

$$I_{Load} = 68 \text{ mNm} \cdot 0,035 \text{ A/mNm} \approx 2,380 \text{ A}$$

Aus der Summe von diesem Wert und Motorleerlaufstrom kann der Gesamtstrom des Motors angenähert ermittelt werden. Im Datenblatt ist der Leerlaufstrom des Motors mit 78 mA angegeben. Gerundet beträgt der Gesamtstrom ungefähr:

$$I = I_{Load} + I_0$$

$$I = 2,380 \text{ A} + 0,078 \text{ A} \approx 2,458 \text{ A}$$

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

Die elektrische Ausgangsleistung des Motors ist einfach das Produkt aus Motordrehzahl und Lastmoment mit einem Korrekturfaktor für die Einheiten (falls erforderlich). Die genäherte Ausgangsleistung des Motors ergibt sich also zu:

$$P_{out} = M \cdot n \cdot \left( \frac{2\pi}{60.000} \right)$$

$$P_{out} = 68 \text{ mNm} \cdot 6998 \text{ rpm} \cdot \left( \frac{2\pi}{60.000} \right) \approx 49,83 \text{ W}$$

Die dem Motor zugeführte mechanische Leistung ist das Produkt aus angelegter Spannung und dem gesamten Motorstrom in Ampere. In diesem Fall:

$$P_{in} = U \cdot I$$

$$P_{in} = 24 \text{ VDC} \cdot 2,458 \text{ A} = 58,99 \text{ W}$$

Da der Wirkungsgrad  $\eta$  einfach Ausgangsleistung geteilt durch Eingangsleistung ist, können wir ihn an unserem Betriebspunkt berechnen:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

$$\eta = \frac{49,83 \text{ W}}{58,99 \text{ W}} = 0,844 = 84\%$$

### Abschätzung der Motorwicklungstemperatur während des Betriebs:

Ein Strom  $I$ , der durch einen Widerstand  $R$  fließt, führt zu einem Leistungsverlust  $I^2 \cdot R$  in Form von Wärme. Bei einem Gleichstrommotor ergibt das Produkt aus dem Quadrat des Motorstroms und Wicklungswiderstand die Verlustleistung als Wärme in den Rotorwicklungen. Bei einem Motorstrom von 0,203 A und einem Wicklungswiderstand von 14,5  $\Omega$ , geht folgende Leistung als Wärme in den Wicklungen verloren:

$$P_{loss} = I^2 \cdot R$$

$$P_{loss} = (2,458 \text{ A})^2 \cdot 1,03 \Omega = 6,22 \text{ W}$$

Die durch die Verluste  $I^2 \cdot R$  entstehende Wärme wird über die Motorkomponenten und den Luftstrom im Luftspalt abgeleitet. Der Wärmewiderstand ist ein Maß dafür, wie effizient Wärme von einem Motor (oder einem anderen System) abgeleitet werden kann.

Der Wärmewiderstand (der Kehrwert der Wärmeleitfähigkeit) gibt an, wie gut ein Material der Wärmeübertragung über einen definierten Weg widersteht. Motorhersteller geben üblicherweise mit Angabe des Wärmewiderstands  $R_{th}$  einen Hinweis auf die Fähigkeit des Motors, Wärme abzuleiten; z.B. hat eine Aluminiumplatte mit großem Querschnitt einen sehr geringen Wärmewiderstand, während die Werte für Luft oder Vakuum wesentlich höher liegen. Bei Gleichstrommotoren gibt es einen thermischen Pfad von den Motorwicklungen zum Motorgehäuse und einen zweiten thermischen Pfad zwischen Motorgehäuse und Motorumgebung (Umgebungsluft usw.). Einige Motorenhersteller geben für jeden der beiden thermischen Pfade einen Wärmewiderstand an, während andere nur die Summe der beiden als Gesamt-Wärmewiderstand des Motors angeben. Wärmewiderstandswerte werden in der Einheit Temperaturerhöhung pro Verlustleistung angegeben. Der Gesamtverlust  $I^2 \cdot R$  in den Wicklungen (der Wärmequelle) wird mit den thermischen Widerständen multipliziert, um die Wicklungstemperatur im Betrieb zu bestimmen. Der Temperaturerhöhung des Motors im Betrieb ( $T$ ) beträgt:

$$\Delta T = I^2 \cdot R \cdot (R_{th1} + R_{th2})$$

Dabei gilt:

$\Delta T$  = Temperaturanstieg in K

$I$  = Strom durch die Motorwicklungen in A

$R$  = Widerstand der Motorwicklungen in  $\Omega$

$R_{th1}$  = Wärmewiderstand zwischen Wicklungen und Gehäuse in K/W

$R_{th2}$  = Wärmewiderstand zwischen Gehäuse und Umgebung in K/W

Setzen wir unser Beispiel mit dem Motor 2668W024CR mit folgenden Betriebswerten fort: Strom von 2,458 A in den Motorwicklungen, Wicklungswiderstand von 1,03  $\Omega$ , Wärmewiderstand Wicklung zu Gehäuse von 3 K/W und Wärmewiderstand Gehäuse zu Umgebung

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

von 8 K/W. Der Temperaturanstieg der Wicklungen wird mit folgender Formel berechnet;  $P_{loss}$  kann man durch  $I^2 \cdot R$  ersetzen:

$$\Delta T = P_{loss} \cdot (R_{th1} + R_{th2})$$

$$\Delta T = 6,22 \text{ W} \cdot (3 \text{ K/W} + 8 \text{ K/W}) = 68,4 \text{ K}$$

Da die Einheitenabstufung bei Kelvin-Skala und Celsius-Skala gleich ist, können wir den Kelvin-Wert einfach durch den Celsius-Wert ersetzen. Bei einer Umgebungslufttemperatur von 22°C kann die reale Betriebstemperatur der Motorwicklungen wie folgt abgeschätzt werden:

$$T_{warm} = \Delta T + T_{amb}$$

$$T_{warm} = 68,4^\circ\text{C} + 22^\circ\text{C} = 90,4^\circ\text{C}$$

Dabei gilt:

$T_{warm}$  = Wicklungstemperatur

Es muss sichergestellt werden, dass die reale Betriebstemperatur der Wicklungen den auf dem Datenblatt angegebenen Bemessungswert des Motors nicht überschreitet. Im obigen Beispiel beträgt die maximal zulässige Wicklungstemperatur 125°C. Da die berechnete Betriebstemperatur der Wicklungen nur bei 90,4°C liegt, sollten thermische Schäden an den Motorwicklungen bei dieser Anwendung nicht auftreten.

Mit ähnlichen Berechnungen kann man andere Fragen beantworten. Beispielsweise kann es für eine Anwendung erforderlich sein, dass ein Motor dauerhaft bei seinem maximalen Drehmoment betrieben wird und man hofft, dass keine Schäden durch Überhitzung auftreten. Angenommen, ein Motor soll mit dem maximal möglichen Drehmoment bei einer Umgebungslufttemperatur von 22°C betrieben werden. Der Konstrukteur möchte wissen, welches Drehmoment der Motor ohne Überhitzung sicher bereitstellen kann. Auch gibt das Datenblatt für den eisenlosen Gleichstrommotor 2668W024CR eine maximale Wicklungstemperatur von 125°C an. Bei einer Umgebungstemperatur von 22°C, kann der folgende maximale Temperaturanstieg des Rotors toleriert werden: 125°C – 22°C = 103°C

Damit können wir den Anstieg des Wicklungswiderstands aufgrund der thermischen Verluste berechnen:

$$R_{warm} = R \cdot (1 + \alpha_{Cu} \cdot \Delta T)$$

Dabei gilt:

$\alpha_{Cu}$  = Kupfer-Temperatur-Koeffizient in der Einheit K<sup>-1</sup> (1/Kelvin)

$$R_{warm} = 1,03 \Omega \cdot (1 + 0,0039\text{K}^{-1} \cdot 103^\circ\text{C}) = 1,44 \Omega$$

Aufgrund der thermischen Verlustleistung  $I^2 \cdot R$  und der damit einhergehenden Erwärmung von Wicklung und Magnet steigt der Wicklungswiderstand von 1,03 Ω auf 1,44 Ω. Mit diesem Wert können wir die Drehmomentkonstante  $k_M$  neu berechnen, um die Auswirkungen des Temperaturanstiegs auf die Motorleistung zu ermitteln:

$$k_{M-warm} = k_M \cdot (1 + \alpha_M \cdot \Delta T)$$

Dabei gilt:

$\alpha_M$  = Magnet-Temperatur-Koeffizient in der Einheit K<sup>-1</sup> (1/Kelvin)

$$k_{M-warm} = 28,9 \text{ mNm/A} \cdot (1 + (-0,0011\text{K}^{-1}) \cdot 103^\circ\text{C}) = 25,63 \text{ mNm/A}$$

Damit können wir die Gegen-EMK-Konstante  $k_E$  neu berechnen und die Ergebnisse berücksichtigen. Aus der oben abgeleiteten Formel:

$$k_{E-warm} = k_{M-warm} \cdot \left( \frac{2\pi}{60} \right)$$

$$k_{E-warm} = 25,63 \text{ mNm/A} \cdot \left( \frac{2\pi}{60} \right) = 2,68 \text{ mV/min}^{-1}$$

$$(k_{E-cold} = 3,02 \text{ mV/min}^{-1})$$

Wie wir sehen können, schwächt sich die Drehmomentkonstante genau wie die Gegen-EMK-Konstante durch die Temperaturerhöhung ab! Der Wicklungswiderstand des Motors, Drehmomentkonstante und Gegen-EMK-Konstante werden also negativ beeinflusst, und zwar aus dem sehr einfachen Grund, dass sie alle Funktionen der Temperatur sind.

## 2. Motorparameter empirisch ermitteln

---

Wir könnten weitere Parameter berechnen, um das Ergebnis von wärmerer Wicklung und Magnet zu berücksichtigen, aber optimale Ergebnisse erzielt man iterativ, was am besten mit mathematischer Software gelingt. Steigende Motortemperatur verändert jeden der drei Parameter in einer Weise, die die Motorleistung verschlechtert und die Leistungsverluste erhöht. Im Dauerbetrieb könnte ein Motor sogar thermisch instabil und damit irreparabel beschädigt werden. Dies kann selbst dann geschehen, wenn erste Berechnungen einen akzeptablen Temperaturanstieg ergeben (mit Werten von  $R$  und  $k_M$  bei Umgebungstemperatur).

Beachten Sie, dass man durch Verringerung des Wärmewiderstands des Motors den maximal zulässigen Strom durch die Motorwicklungen erhöhen kann. Der Wärmewiderstand zwischen Rotor und Gehäuse  $R_{th1}$  wird in erster Linie durch die Motorkonstruktion bestimmt. Der Wärmewiderstand zwischen Gehäuse und Umgebung  $R_{th2}$  kann durch den Einbau von Kühlkörpern deutlich verringert werden. Bei der Angabe von Wärmewiderständen für kleine Gleichstrommotoren wird angenommen, dass der Motor komplett von Luft umgeben ist.

Alleine der Einbau des Motors in einen wärmeleitenden Rahmen oder Chassis ist daher schon eine Art von Kühlkörper. Einige Hersteller von größeren Gleichstrommotoren geben den Wärmewiderstand für die Montage des Motors auf einer Metallplatte mit bekannten Abmessungen und Material an.

Für weitere Informationen zu Berechnung von eisenlosen DC-Bürstenmotoren und Beeinträchtigung der Leistung von Elektromotoren durch Wärmeverluste wenden Sie sich bitte an einen qualifizierten FAULHABER Applikationsingenieur. Wir helfen Ihnen gerne.